

ここに1つの不思議な電灯がある。この電灯は3個のスイッチを持っていて、その中のどれか2個が「入」、残りの1個が「切」の状態の時だけ点灯し、それ以外の状態の時はすべて消灯になるという。

今、電灯は消灯していて、部屋の中は真っ暗である。そこで、スイッチを押してこの電灯を点灯させたい。ところが、どのスイッチも、押すたびに「入」と「切」が切り替わるタイプのスイッチなので、外見上、それがいま「入」になっているか、「切」になっているかは判断できない。また、3個のスイッチは完全に同じ形をしていて、場所も固定されていないため、どのスイッチがどれかの区別はつかない。しかも、暗闇のせいで、いま押したスイッチがどれであったかも確認できないとする。

さあ、この電灯を確実に点灯させるには、どのようにスイッチを押せばよいだろうか？なお、スイッチは1個だけ押してもよいし、複数個（2個または3個）同時に押してもよいが、どちらも1回の操作と見なす。また、そのような操作を何回行ってもよいものとする。

ここで問題を少し整理してみよう。電灯が消灯しているとき、どのスイッチが「入」で、どのスイッチが「切」かを問題にしなれば、スイッチの状態は次の3通りのどれかである。

- ① 「切、切、切」
- ② 「切、切、入」
- ③ 「入、入、入」

従って、ここでの問題は、スイッチの状態を消灯状態から、最終的に点灯状態（すなわち「切、入、入」の状態）にするには、スイッチをどのように押せばよいかということになる。これを解くための第一歩として、例えば、最初の状態が①である場合を分析してみよう。この場合、まず、最初にスイッチを2回押すと、状態は「切、入、入」となり、1回で点灯する。次に、最初のスイッチをどれか1個押すと、状態は②になるので、さらにスイッチを3個押せば、必ず「切、入、入」の状態になって点灯する。また、最初にスイッチを3個押すと、状態は③になるので、さらにスイッチをどれか1個押せば、やはり点灯する。つまり、この例では、電灯を確実に点灯させるやり方は全部で3種類あることがわかる。このようにスイッチを押すという操作をスイッチの状態の変化として捉えることによって、問題を効率よく分析することが出来る。

そこでまず、3通りの消灯状態それぞれについて、スイッチの押し方の状態がどのように変化するかを上のを参考にして分析せよ。次に、その結果を

利用して、どんな消灯状態からでも、電灯を確実に点灯させる共通の押し方を発見し、その結果を発見の過程も含めて論述せよ。ただし、論述は句読点を含んで800字以上、1000字以内とする。また、必要ならば図を書いてもよいが、その場合、図は所定の欄に記入し、図と文章の対応関係がよくわかるようにすること。

【解答例】

①については本文中に分析されているので省略する。②の場合、最初にスイッチを1個押したとき「切、入、入」となって点灯するか、「切、切、切」の状態かの2通りに別れる。2個押したとき「切、切、入」、「入、入、入」の2通りに別れる。3個押したとき、「切、入、入」となり点灯する。1個または、2個押したときは2通りに別れる。③の場合1個押したとき「切、入、入」となり点灯する。2個押したとき「切、切、入」と②の状態となる。3個押したときは①の状態になる。

さて、以上の分析結果から、出来るだけ少ない回数で電灯を確実に点灯させるためには、

- ②の状態の場合を考える。②では、2個押すと、枝分かれが生じ、②の状態のままという場合がある。ということは、消灯したスイッチの状態が確認できないときには、2個押すことは、電灯を確実に点灯させるという操作に貢献しないことになる。
- 消灯状態の場合を少なくするためには、最初にスイッチを3個押せばよい。この場合②は点灯し、点灯しなかったときは「切、切、切」、「入、入、入」の2通りの状態になる。
- 続いて、スイッチを1個押せば、①の状態の場合は②の状態「切、切、入」になり、③の状態は「切、入、入」となり、点灯する。(スイッチを2個押した場合でも、結果は②の状態か、または点灯するので、1個押したときと同じ状態になる。)
- この段階で、点灯していないスイッチの状態は、②「切、切、入」の状態なので、続けてスイッチを3個押せば、「切、入、入」となり点灯する。

代って、3個、1個、3個(または、3個、2個、3個)と順に押していけば、消灯時のスイッチの状態がどのような場合であっても、確実に点灯できる。

ちなみに、消灯時のスイッチの状態がどんな状態であっても1個、3個、1個と押していけば、確実に点灯することも確認できる。

- ① 1個押す→②と同じ ② 1個押す→点灯 ③ 1個押す→点灯 2個押す→点灯
または①と同じ 2個押す→②と同じ 3個押す→③と同じ 2個押す→②と同じ
3個押す→①と同じまたは③と同じ 3 個押す→点灯