２００２年度

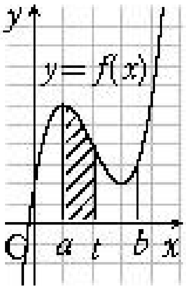
お茶の水大学（微積分の基本定理）、津田塾（点と直線との距離）
東京大学（トランプのシャッフル）

①　お茶の水女子大学

２００２年後期

3　下線部の説明となるように $\boxed{\text{(A)}}$ に入る文章を答案用紙に書け。
（図等を使用してもよい。）

右の図に描かれているような区間 $a \leqq x \leqq b$ を含む範囲で定義された正の値をとる関数 $f(x)$ を考える。
$y=f(x)$ のグラフ、x軸，2直線 $x=a$, $x=t$ $(a \leqq x \leqq b)$ で囲まれた部分（斜線部）の面積を $S(t)$ とする。



$\boxed{\text{(A)}}$

従って $S'(t)=f(t)$ である。従って、$S(t)$は $f(x)$ の不定積分であるから

$$\int_a^b f(x)dx = S(b)-S(a)=S(b)$$

つまり $y=f(x)$ のグラフ、x軸、2直線 $x=a$, $x=b$ で囲まれた部分の面積は定積分 $\int_a^b f(x)dx$ で表される。

②　津田塾

3　直線　$ax+by+c=0$ と点(x_0, y_0) の距離を与える公式

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

を証明せよ。

② 東京大学 前期

6 Nを正の整数とする。2N個の項からなる数列

$\{a_1, a_2, \cdots, a_N, b_1, b_2, \cdots, b_N\}$

を

$\{b_1, a_1, b_2, a_2, \cdots, b_N, a_N\}$

という数列に並び替える操作を「シャッフル」と呼ぶことにする。並べ替えた数列はb_1を初項とし、b_i の次に a_i，a_i の次にb_{i+1}が来るようなものになる。また、数列｛1，2，…、２N｝をシャッフルしたときに得られる数列において、数kが現れる位置を$f(k)$で表す。

たとえば、N＝３のとき、｛1，2，3，4，5，6｝をシャッフルすると｛4，1，5，2，6，3｝となるので、$f(1)=2, f(2)=4, f(3)=6, f(4)=1, f(5)=3, f(6)=5$である。

(1) 数列｛1，2，3，4，5，6｝を３回シャッフルしたときに得られる数列を求めよ。

(2) $1 \leqq k \leqq 2N$ を満たす任意の整数 k に対し、$f(k)-2k$ は$2N+1$ で割り切れることを示せ。

(3) nを整数とし、$N=2^{n-1}$ のときのことを考える。数列｛1，2，3，…、２N｝を２回シャッフルすると、｛1，2，3，…、２N｝に戻ることを証明せよ。

※ジョーカーを除いた５２枚のトランプは完全に２６枚ずつ半分に分け、１枚ず正確にシャツフルすれば、完全に最初の配列に戻ってしまう。当然、優秀なギャンブラーやマジシャンはこの技をマスターしているから、下手な賭などしないことだ。（『パズルの宣教師』（芦ヶ原伸之・ニコリ）