

2004年度

名古屋工業大学（確率）、慶応大学（論証）、立教大学（複利計算）

① 名古屋工業大学 後期

入試問題といえば、すぐ数式化して過去の同型の問題を記憶から引き出し計算処理を行うものが多い。このように数式化するために「読解力」が要求されるとき、生徒はとたんに思考停止となる。この問題は、生徒A君によって知った。A君がいうには「後の3問は何とか解答した（または、理解できた）が、この問題は全く何を言っているか理解できない」とのことであった。A君なら当然理解してもらえらると思っていたが、どうもそうではなかった。問題演習では学習時間の効率化とばかりに、贅肉がそぎ落とされている。数式化しやすいような（計算処理しやすいような）設定の問題ばかり与えてきたとこの結果と思い、反省させられた。

大学側の「出題意図」は「文章を読んで数学的定式化する能力を問うとともに、基本的な確率の知識を問う」ことであり、「採点のポイント」は「（1）状況を把握し正しく場合分けできるか、（2）確率、期待値を理解しているか」となっている。（「平成16年度大学入試問題研究会資料」より）私は、この問題は、今日の受験生に対して、こんな学習をしてほしいという優れたメッセージとなっていると考えている。（HIROTA）

4 AチームとBチームは帽子を当てる次のようなゲームをする。

各チームの選手は6人で縦一列に前を向いて並び、選手にうしろから順に1, 2, 3, 4, 5, 6の番号をつける。審判は選手ごとにコインを投げて表が出た場合は赤、裏が出た場合は白の帽子をかぶせる。

各チームの選手は番号順に一人1回ずつ赤または白と答え、自分の帽子の色と答が一致した人数をチームの得点とする。ただし、選手は自分より前にいる選手の帽子の色はすべて見えるが、自分の帽子の色と自分よりうしろにいる選手の帽子の色は見えないとする。また、各選手の答えた声は自チーム全員に聞こえるものとする。

以下の問（1）、（2）、（3）に答えよ。

（1）Aチームは次のような作戦を立てた。このとき、Aチームの得点の期待値を求めよ。

- ・ 選手1は、選手2の帽子の色を答える。
- ・ 選手2は、選手1の答えた色と同じ色を答える。
- ・ 選手3は、選手4の帽子の色を答える。
- ・ 選手4は、選手3の答えた色と同じ色を答える。
- ・ 選手5は、選手6の帽子の色を答える。
- ・ 選手6は、選手5の答えた色と同じ色を答える。

（2）Bチームは次のような作戦を立てた。このとき、Bチームの得点の期待値を求めよ。

- ・ 選手1は、選手2と選手3の帽子の色が同じならば白、異なれば赤と答える。
- ・ 選手2は、選手1が白と答えた場合は選手3の帽子の色を答え、選手1が赤と答えた場合は選手3の帽子と異なる色を答える。

・ 選手3は、選手1が白と答えた場合は選手2の答えた色と同じ色を答え、選手1が赤と答えた場合は選手2の答えた色と異なる色を答える。

選手4, 5, 6は選手1, 2, 3と同様に答える。

(3) (1)の作戦でゲームにのぞむAチームの得点が(2)の作戦でゲームにのぞむBチームの得点よりも高くなる確率を求めよ。

【解答】

(1) 題意より、選手2, 4, 6は自分の帽子を必ず当てる事が出来る。

他の選手が自分の帽子を当てる確率は $\frac{1}{2}$ となる。

選手	6	5	4	3	2	1
確率	1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$

得点の確率変数をX、その確率をPとすれば

X:	0	1	2	3	4	5	6	計
P:	0	0	0	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$3\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$3\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	1

$$\text{期待値 } E(X) = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 4 \times 3\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 5 \times 3\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}$$

(2) 題意より、選手2, 3, 5, 6は自分の帽子を必ず当てる事が出来る。

他の選手が帽子を当てる確率は $\frac{1}{2}$ となる。

選手	6	5	4	3	2	1
確率	1	1	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$

得点の確率変数をX、その確率をPとすれば

X:	0	1	2	3	4	5	6	計
P:	0	0	0	1	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$2\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	1

$$\text{期待値 } E(X) = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \times 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 5$$

(3) Aチームの得点がBチームの得点よりも高くなるのは、

① Aチームの得点が5, Bチームの得点が4

② Aチームの得点が6, Bチームの得点が4か5

の2通りだから、その確率は

$$\frac{3}{8} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{16}$$

② 慶応大学・総合政策学部

1

(1) 天使はつねに真実を述べ、悪魔はつねに嘘をつく。A, B は悪魔か天使であることはわかっているが、どちらかはっきりしない。A がこういった。「わたしが天使ならば、B も天使です。」この二人の正体は□である。

- 【選択肢】 1 A, B ともに天使 2 A は天使、B は悪魔
 3 A は悪魔、B は天使 3 A, B ともに悪魔

(2) 3人の女神が口論をしている。最も美しい女神はただ一人であるとする。

アテナ 「もっとも美しいのはアフロディテではない」
アフロディテ 「もっとも美しいのはヘラではない」
ヘラ 「わたしがもっとも美しい」
もっとも美しい女神のみが真実を述べている。それは□である。

- 【選択肢】 1 アテナ 2 アフロディテ 3 ヘラ

【解答】 (1) 1 (2) 2

③ 慶応大学・環境情報学部

1

(1) イニシャルがN, M, Tの3人がA, B, Cの椅子に座っている。かれらは次のように主張している。

Aの椅子に座っている人の主張 「Bに座っているのはNです」

Bの椅子に座っている人の主張 「Cに座っているのはNです」

Cの椅子に座っている人の主張 「Aに座っているのはMです」

少なくともNは真実を述べている。すると、A, B, Cの椅子に座っている人の名前は□である。

- 【選択肢】 1 N, M, T 2 N, T, M 3 M, N, T 4 M, T, N 5 T, N, M 6

T, M, N

(2) 1, 2, 3番の3人が面接を受けている。このうちいつも真実を述べるのは一人だけで、他の二人は嘘つき（いつも嘘をつく）である。

1番の発言 「2番の人は嘘つきです」
この発言から□番の人が嘘つきであることが確実に言える。

【解答】 (1) 4 (2) 3

④ 立教大学・社会学部

4 年利率が10%の1年ごとの複利法による預金を考える。ここで、1年ごとの複利法とは、利息を次年度の元金に加えていく利息計算方法である。次の問(1)～(3)に答えよ。

- (1) 500万円を上記の複利法により3年間預金したとき、3年後の元利合計はいくらになるか。
(2) 3年間預金したとき3年後の元利合計が500万円以上となるためには、初めに最低いくら預金をすればよいか。ただし、初めに預金する際は1万円を単位とする。
(3) 手持ちの現金が500万円ある人が、即金で支払うと(即時に支払うと)200万円の乗用車を購入することになった。買い手は、下表の3種類の支払い方法a, b, cの中の1つを選択することができる。預金は、3年後に解約して現金にするものとする。3年後の(b, cの場合は支払い完了後の)手持ち現金を計算し、手持ち現金が多い順にa, b, cを並べよ。

(表) 支払い方法

- a: 200万円を即金で売り手に支払い、支払いを完了し、300万円を3年間預金する。
b: 500万円全額を3年間預金し、3年後に260万円を売り手に支払い、支払いを完了する。
c: 100万円を頭金として即金で売り手に支払い、残りの400万円を3年間預金した後、130万円を売り手に支払い、支払いを完了する

【解答】

(1) $500 \times 1.1^3 = 500 \times 1.331665 = 500 \times 1.331665 = 665.8325$ 万円

(2) 最初に a 万円用意すると、3年後には $a \times 1.331$ 万円 ≥ 500 万円

より、 $a \geq \frac{500}{1.331} = 375.6\dots$ より376万円預金すればよい。

(3) a: $300 \times 1.331 = 399.3$ b: $500 \times 1.331 - 260 = 405.5$

c: $400 \times 1.331 - 130 = 402.4$ よりb, c, aの順である。

