

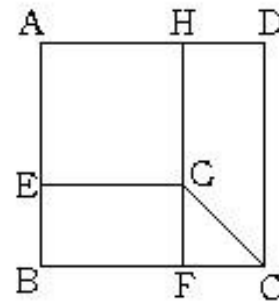
2011 年度

佐賀大学 前期 文化教育学部

③

(1) 正方形 $ABCD$ が図のように3つの線分 EG, FH, CG によって4つの部分に分割されている。

四角形 $AEGH$ は面積が400の正方形になり、三角形 FCG は面積が8になる。このとき、正方形 $ABCD$ の面積を求めよ。



(2) 「2116の正の平方根を求めよ」という問題に対して以下のような答案があった。この答案の意図を解説せよ。

(答案) まず、 $40^2 < 2116 < 50^2$ なので、 $2116 - 40^2 = 516$ を出す。次に516を2で割って258が出る。この258を40で割ると商が6で余りが18になる。さらに余りの18に2をかければ $36 = 6^2$ となり商の2乗が出る。以上により求める 答は46になる。

解答

【解答】

(1) 正方形 $ABCD$ は面積が400であるから、 $400 = 20^2$ より1辺の長さは20である。

次に、四角形 $AEGH$ は正方形なので

$$HD = FC = EB = GF = x \quad \text{とおくことができる}$$

$$\triangle FCG = \frac{1}{2}x^2 = 8 \quad \text{より、} x = 4$$

したがって、正方形 $ABCD$ の面積 $(20 + 4)^2 = 576$

(2) (1)の結果より、正方形 $ABCD$ の面積が2116のときの1辺の長さを求める。

(手順1)

$40^2 < 2116 < 50^2$ より

$$AE = AH = 40$$

(手順2)

(台形 $EBCG$)と(台形 $HDCG$)

の面積が等しいので

$$\frac{2116 - 40^2}{2} = 258$$

これが(台形 $EBCG$)の面積

(手順3)

次に、(台形 $EBCG$)を(長方形 $EBFG$)と(三角形 CGF)の2つに分けて考える と、 EB

の長さは258を40で割ったときの商が6、余りが18なので

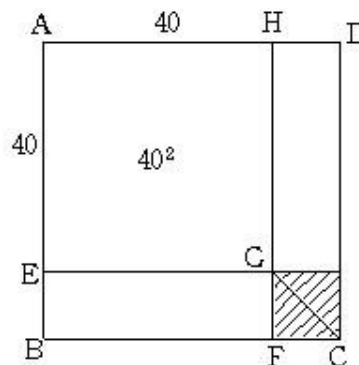
$$EB = GF = 6, \triangle CGF = 18 \quad \text{と考えることができる。}$$

(手順4)

この(三角形 CGF)の面積の2倍が図の斜線部の正方形の面積 $18 \times 2 = 6^2$ になっている。

以上(手順1)～(手順4)により $(40 + 6)^2 = 2116$

したがって、求める答が46であることが示された。



2 水戸黄門、助さん、格さん、弥七、お銀、八兵衛の6人が左から右へこの順番で1列に並んで座っている。6人が席を入れ換える。どの並びも同様の確からしさで起こるものとする。このとき以下となる確率を求めよ。

- (1) 助さんと格さんが両端に座る。
- (2) 水戸黄門とお銀が隣同どうしに座る。
- (3) 最初と同じ席に座る人がちょうど3人。
- (4) 最初と同じ席に座る人がいない。

解答

【A】(確率の基本性質)

【解答】 6人を順にA, B, C, D, E, Fとすると、座り方は全部で6!通りある。ただし、6人が席を入れ換える、の中には、入れ換わらない、席を動かない場合も含むと解釈する。

(1) BとCの座り方が2通りあり、残り4人の座り方が4!通りあるから、BとCが両端に座る確率は

$$\frac{2 \cdot 4!}{6!} = \frac{1}{15}$$

(2) AとEのペアと残り4人とを1列に並べる方法が5!通りあり、AとEの座り方が2通りあるから、AとEが隣どうしに座る確率は

$$\frac{2 \cdot 5!}{6!} = \frac{1}{3}$$

(3) 最初と同じ席に座る人の選び方が ${}_6C_3$ 通りあり、そのうちの1通りに対して、最初と異なる席に座る3人の座り方が2通りあるから、最初と同じ席に座る人がちょうど3人となる確率は

$$\frac{{}_6C_3 \cdot 2}{6!} = \frac{1}{18}$$

(4) 1, 2, 3, ..., nのn個の整数を1列に並べるとき、左からk番目にある数を $f(k)$ と表す。すべてのk($k=1, 2, \dots, n$)に対して、 $f(k) \neq k$ となるような

並べ方を a_n 通りとする。

$f(1) = 2$ の場合を考える。

$f(2) = 1$ の場合、残り $(n-2)$ 個の並べ方は a_{n-2} 通り、 $f(2) \neq 1$ の場合、1を2と書き換えると、すべてのk($k=2, 3, \dots, n$)に対して、 $f(k) \neq k$ を満たすから、並べ方は a_{n-1} 通りある。

よって、 $f(1) = 2$ の場合、すべてのk($k=1, 2, \dots, n$)に対して、 $f(k) \neq k$ を満たすような並べ方は $a_{n-1} + a_{n-2}$ 通りである。

$f(1) = 3, 4, \dots, n$ の場合も同様であるから

$$a_n = (n-1)(a_{n-1} + a_{n-2})$$

である。

よって、A, B, ..., Fの6人が誰も最初と同じ席に座らないような座り方は、 $a_6 = 5(a_5 + a_4)$ 通りである。

$$a_2 = 1, a_3 = 2 \text{ より } a_4 = 3(a_2 + a_1) = 9,$$

$$a_5 = 4(a_3 + a_4) = 44 \text{ であるから}$$

$$a_6 = 5(44 + 9) = 265$$

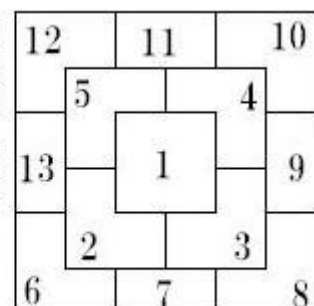
従って、求める確率は

$$\frac{265}{6!} = \frac{53}{144}$$

静岡文化芸術大学

同じ大きさの立方体を積み重ねて正四角錐状の立体形状を作る。図はこの立体形状を真上から眺めたものである(図では、上から3段目までを示しており、4段目以降は省略されている)。この立体形状の上からn段目には n^2 個の立方体が並べられている。この立体形状を真上から眺めたときに、見えている立方体に対して、図に示すように、上の立方体から順に自然数の番号をつける。すなわち、最も上にある立方体の番号は1で、その1つ下の段である2段目の立方体には、図の左下の角から反時計まわりに番号をつけていく。3段目以降も同様に番号をつける。

- (1) 上からn段目に位置する、番号のつけられた立方体の個数をnを用いて表せ。
- (2) 上からn段目の立方体のうち、図の向きで見たときに左下に位置する立方体の番号をnを用いて表せ。ただし、 $n \geq 2$ とする。



解答

■ B (いろいろな数列)

【解答】 (1) n 段目の立体形状を真上から眺めたとき、 $(n-2)$ 段目の立方体で完全に隠れている部分の数が、 $(n-2)^2$ 個あるので、上から n 段目に位置する番号のつけられた立方体の個数 a_n は、

$$a_n = \begin{cases} n^2 - (n-2)^2 & (n \geq 2) \\ 1 & (n = 1) \end{cases}$$

$$\therefore a_n = \begin{cases} 4n - 4 & (n \geq 2) \\ 1 & (n = 1) \end{cases}$$

(2) 求める番号を b_n とすると、 b_n は n 段目の立方体につけられる最初の番号であるから、

$$n \geq 2 \text{ のとき、} b_n = \sum_{k=1}^{n-1} a_k + 1$$

$$= a_1 + \sum_{k=2}^{n-1} a_k + 1$$

$$= 1 + \sum_{k=2}^{n-1} (4k - 4) + 1$$

$$= 2 + \sum_{k=1}^{n-1} (4k - 4)$$

$$= 2 + 2(n-1)n - 4(n-1)$$

$$= 2n^2 - 6n + 6$$

よって、求める番号は、 $2n^2 - 6n + 6$ である。

愛知工業大学 工・経営・情報科学部 前期 A 方式

1 (1) 連続する自然数を小さい順に a, b, c, d とする。

$$\frac{ac}{bd} = \frac{5}{8} \text{ のとき、} a = \boxed{\quad} \text{ である。}$$

解答

$b = a + 1, c = a + 2, d = a + 3$ であるから

$$\frac{a(a+2)}{(a+1)(a+3)} = \frac{5}{8}$$

$$3a^2 - 4a - 15 = 0$$

$$(3a+5)(a-3) = 0$$

a は自然数より、 $a = 3$

【解答】は[こちら](#)

茨城大学 前期 理学部

2 水戸黄門、助さん、格さん、弥七、お銀、八兵衛の6人が左から右へこの順番で1列に並んで座っている。6人が席を入れ換える。どの並びも同様の確からしきで起こるものとする。このとき以下となる確率を求めよ。

- (1) 助さんと格さんが両端に座る。
- (2) 水戸黄門とお銀が隣同どうしに座る。
- (3) 最初と同じ席に座る人がちょうど3人。
- (4) 最初と同じ席に座る人がいない。

[【解答】 ←ここをクリック](#)

静岡文化芸術大学

[【解答】 ←ここをクリック](#)

愛知工業大学 工・経営・情報科学部 前期 A 方式

【解答】 ←ここを