

「おもしろい9にまつわる速算術」

広田祥治（西三数学サークル）

① $9999 \cdots 9 \times x$ の速算術

次の計算をしてみよう

$$1) \quad 9999 \times 3 =$$

$$2) \quad 999 \times 7 =$$

$$3) \quad 99999999 \times 8 =$$

4) $999 \cdots 999$ に自分の気に入った1桁の自然数をかけて結果を想像してみよう。

さて、何ケタの $9 \cdots 9$ でもどんな1桁の自然数でもそうなるのか、一般化するにはどうしたらよいか、説明する方法を生徒に考えてもらおう。

② おもしろい $\times 9$ の計算

0) 9の段の九九 1×9 , 2×9 , $3 \times 9 \cdots 9 \times 9$ を書き上げるとその特徴を
考えてみよう

*次の計算をしてみよう

$$1) \quad 12 \times 9 =$$

$$2) \quad 56 \times 9 =$$

$$3) \quad 78 \times 9 =$$

このことから次も結果を予想してみよう

$$23 \times 9 = \quad 34 \times 9 = \quad 45 \times 9 = \quad 67 \times 9 = \quad 89 \times 9 =$$

どんな形の数にこの予想が使えるか、一般化して説明する方法を生徒に考えさせる

③ 数当てマジック (竹中さんの授業プランより)

- ① 5ケタの数・・・(A)を考えて書く (各位の数は全部同じものは考えない)
- ② ①で考えた(A)の各位の数を入れ替えてまた5ケタの数(B)を作る。
- ③ (A)と(B)の差の数(C)を計算する
- ④ (C)で5個の数の内0以外のある数に○を1つ付ける
- ⑤ ○を付けた以外の数4こで4ケタ(D)を作り教えてもらう
- ⑥ ○の数を当てる

例

	53879	(A)		
	39785	(B)		
(A) - (B) =	14094	(C)	⇒	1094 (D) を教えてもらう
			⇒	4を当てる

説明の方法

①

一般化して (x は1~10の自然数)

$\overbrace{9999 \cdots 9}^{k \text{ ケタ}} \times x$

の場合でも成立するかどうかを多項式の計算で説明

今 $9x = 10a + b$ で a, b は $a + b = 9$ とおける ……(*)
 <(*)は9の段の九九より>

$$\begin{aligned}
 9999 \cdots 9 \times x &= (10^{k-1} + 10^{k-2} + \cdots + 10 + 1)(10a + b) \\
 &= (10^k + 10^{k-1} + \cdots + 10) a + (10^{k-1} + 10^{k-2} + \cdots + 10 + 1) b \\
 &= a \times 10^k + (a+b) \times 10^{k-1} + \cdots + (a+b) \times 10 + b \\
 &= a \times 10^k + 9 \times 10^{k-1} + \cdots + 9 \times 10 + b \\
 &= a \overbrace{999 \cdots 9}^{9 \text{ は } k-1 \text{ 個}} b \quad \text{ただし } 9x = ab
 \end{aligned}$$

②

連続する自然数で作る2桁の数×9に成り立つことを示す。

十の位の数をもとにおくと一の位は $n+1$ 、2桁の数は $(10n + n + 1)$ となる

$$(10n + n + 1) \times 9 = 90n + 9n + 9$$

$$\begin{aligned}
&= 100n - 10n + 9n + 9 \\
&= 100n - n + 9 \\
&= 10^2 n + 0 \times 10 + 9 - n
\end{aligned}$$

注 ここで $(n + 1) \times 9 = 9n + 9$
 $= 10n + 9 - n \quad \dots 9$ の段の九九

($n + 1 = N$ とすると $N \times 9 = (N - 1) \times 10 + 10 - N$)

③

「九去法」を使う

・・・ある桁数の数を 9 で割った余り
 $=$ 各位の数の和 (「数字根」という) を 9 で割った余り

(A) の数字根 $=$ (B) の数字根 より (C) の数字根は 9 で割り切れる
よって

$\bigcirc = 9$ の倍数 $-$ (D) の数字根