「３ヶ月でマスターする数学 第３回 三平方の定理」のこと

草彅浩二

０，はじめに

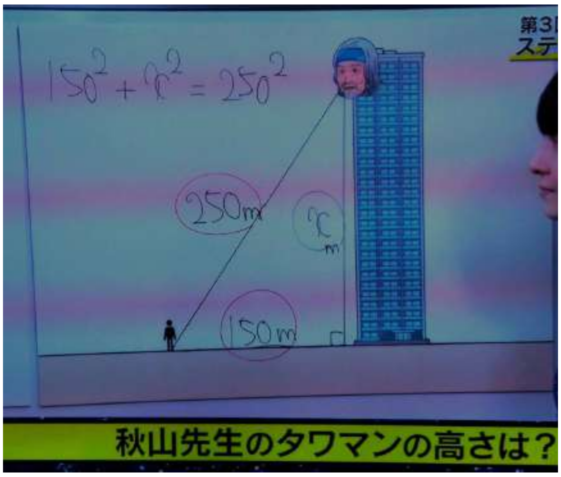
広島の中原克芳先生からメールをいただき、この番組の内容の疑問点を伺い、録画した番組を見直しました。中原先生からはタワーマンションの高さを測るのにテープを斜め下に投げて測るより、真下に下ろして測った方が現実的だ、ということとピタゴラスの定理を図を使って証明するのなら図だけで行った方がいい、ということでした。この記述は正確ではないかも知れません。その節は申し訳ありません。

１．タワーマンションの高さ

タワーマンションから 150 ｍ離れた地点で、投げた紙テープを受け取ったとき、紙テープの長さが 250 ｍと言っも、それは必ず、真直ぐではなくてたわんでいます。そのことを無視して、ピタゴラスの定理を使うことには無理があると思います。

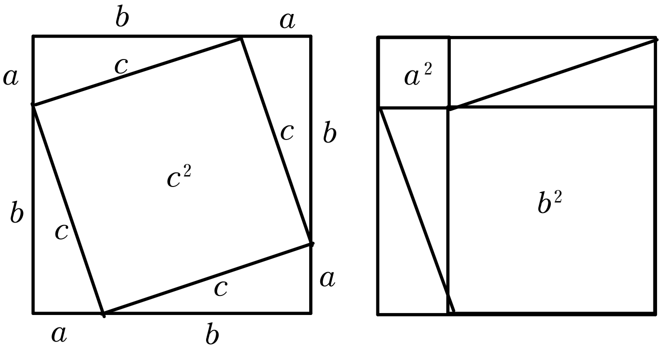
勿論、中原先生が言われるように、真下に紙テープを下ろすのが分かりやすいです。

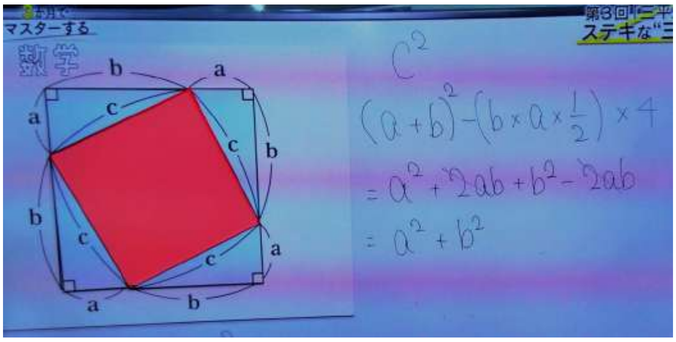
右図は、ＴＶの画面を写真に撮りました。



２．ピタゴラスの定理の証明。

中原先生が言われた式の展開で証明するのではなく、面積で考えるというのは、一辺がａ＋ｂの正方形を２つ描けば、明かです。こちらに方がスッキリするような気がします。

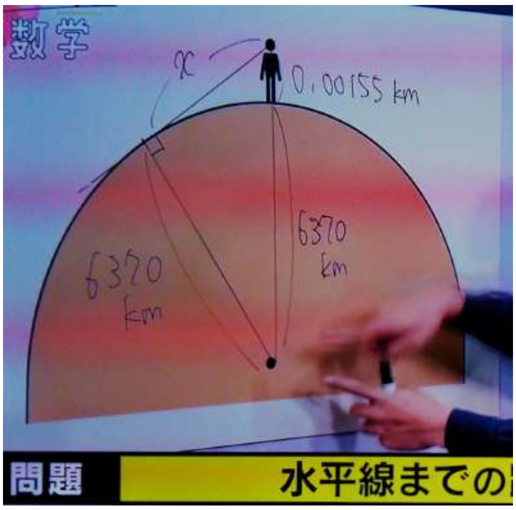


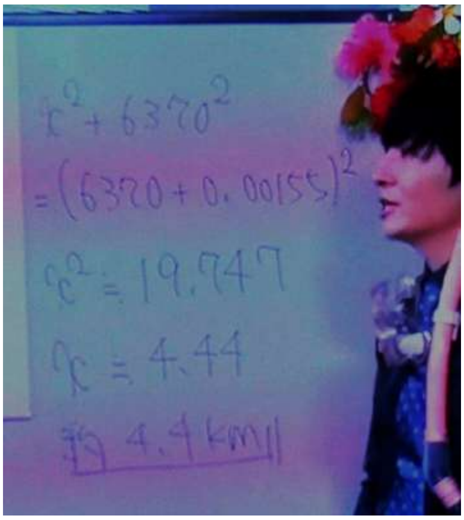


３．水平線までの距離の問題

僕が気になったことは地平線までの距離を計算することです。ＴＶの画面では、ピタゴラスの定理の式に数字を当てはめています。数字で式をつくると、地球の半径の6370kmとアナウンサーの身長の0.00155kmです。

まず、地球の半径を 6370km としていますが、赤道半径は 6378.1km で極半径が 6356.8km と言われています。赤道半径と極半径を足して２で割ると 6367.45km



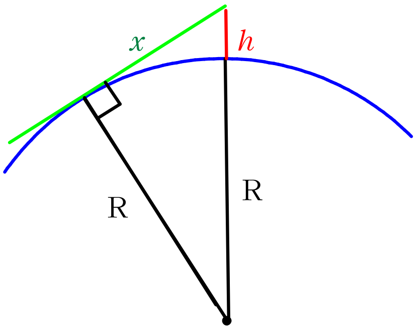


になりますが､単に地球の半径と言うと､6378.137km という数値が出てきます｡この 6378.137km とすると､6370km というより 6380km とした方がいいような気がします｡

と最初思ったのですが、調べてみました。

　地球を回転楕円体として計算すると、赤道径をａ、極半径をｂとして体積を計算すると、$\frac{4}{3}\pi a^2 b$ になります。また､地球を真球としたときの半径をｒとして体積を計算すると、$\frac{4}{3}\pi r^3$ になります。この体積を等しいとおくと、$r^3 = a^2 b$ になります。これに、ａ＝6378.1km、ｂ＝6356.8km を代入して、ｒを計算すると、6370.99kmとなります。四捨五入すると6371kmになります。切り捨てなら6370kmです。切り捨てでいいのでしょうか？
　改めて、ａもｂも切り捨てて、ａ＝6378km、ｂ＝6356kmとして計算すると、6370.66kmになりました。これも切り捨てなければ6370kmにはなりません。僕の電卓のせいでしょうか？　6370kmの根拠が知りたいですね。

　こういう計算の場合、普通は文字式で計算するのが通常だと思います。つまり、



左図で、ピタゴラスの定理から

$$(R+h)^2 = R^2 + x^2$$

$$x^2 = (R+h)^2 - R^2 = 2hR + h^2$$

$$x = \sqrt{2hR + h^2}$$

$$= \sqrt{2\times 0.00155 \times 6380 + 0.00155^2}$$

$$= \sqrt{19.778 + 0.0000024025}$$

$$= \sqrt{19.778002} = 4.4472466$$

となりますが、この計算はちょっと大変です。明らかに、ｈ^{2}の項は無視できそうです。無視できることを示すために、

$$x = \sqrt{2hR + h^2} = \sqrt{2hR\left(1+\frac{h}{2R}\right)} = \sqrt{2hR} \times \sqrt{1+\frac{h}{2R}}$$

$\alpha \fallingdotseq 0$ なら　$\sqrt{1+\alpha} = 1 + \frac{1}{2}\alpha$ より

$$x = \sqrt{2hR} \times \left(1+\frac{h}{4R}\right)$$

$$= \sqrt{2\times 0.00155 \times 6380} \times \left(1+\frac{0.00155}{4\times 6380}\right)$$

$$= \sqrt{19.778} \times (1 + 0.0000000607366)$$

$$= 4.4472463$$

となります。
　この計算を見て、$x = \sqrt{2hR}$ で良さそうです。赤道半径で計算すると 4.4465841、極半径で計算すると、4.4391531 になり、小数点第一位までなら構わないようです。

　後日、本屋さんでテキストを立ち読みして、テキストには「地球の半径は 6371 ｋｍだから 6370km として計算しよう。」と書かれていました。また、テキストには文字式で計算していました。

　ＮＨＫ for　School では、地球の大きさを　赤道回りで１周すると40077km､、極回りで１周すると40009kmと言っていました。ＮＨＫとして、地球の大きさを真球だという考えではないので、整合性がありません

　番組では地平線までの距離の話しを文字を使わないで数字のままの式を書いています。
$6370^2 + x^2 = (6370 + 0.00155)^2$ としているので、何となく6370kmと0.00155kmをたしざんしていますが、0.00155kmは無視できそうな気にもなります。２乗するので無視できませんが、そういう誤解を招く式です。