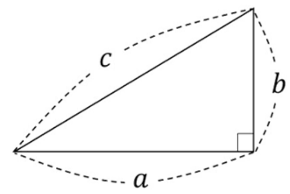
今回の提案

幾何学の定理を学ぶ
↓
その定理の拡張（案）を考える
↓
動的幾何ソフトで作図してみる
↓
計測機能を用いて検証する　→　正しそうなら証明する

1

（例）3平方の定理

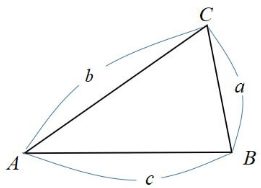


$$a^2 + b^2 = c^2$$

2

3平方の定理の拡張（1）

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

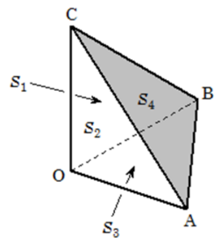


3

3平方の定理の拡張（2）

角Oが全て直角の直角四面体OABC
において、面積について

$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S_4^2$
が成り立つ。



四平方の定理
ド・グアの定理

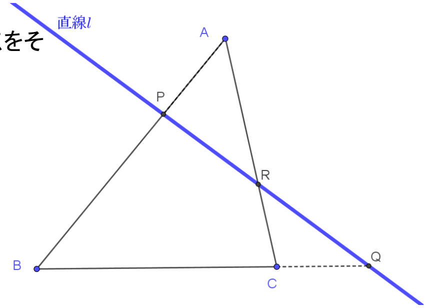
http://tanuki.na.coocan.jp/Math/Math068.HTM

4

メネラウスの定理

三角形 ABC の頂点を通らない直線lが，
3辺AB,BC ,CA またはその延長と交わる点をそれぞれP, Q ,Rとすると，

$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RA} = 1$$

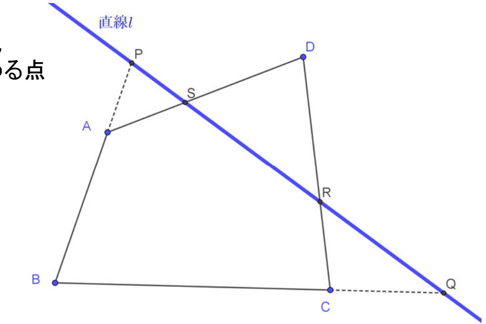


5

四角形への拡張

四角形 ABCD の頂点を通らない直線lが，
4辺AB,BC ,CD,DA またはその延長と交わる点をそれぞれP, Q ,R,Sとすると，

$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RD} \times \frac{DS}{SA} = 1$$

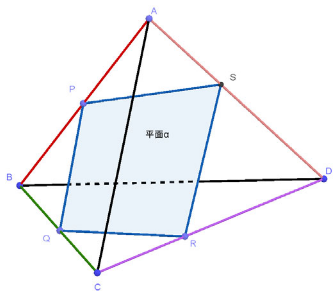


6

四面体への拡張（1）

四面体 ABCD の頂点を通らない平面αが，
4辺AB,BC ,CD,DA またはその延長と交わる点をそれぞれP, Q ,R,Sとすると，

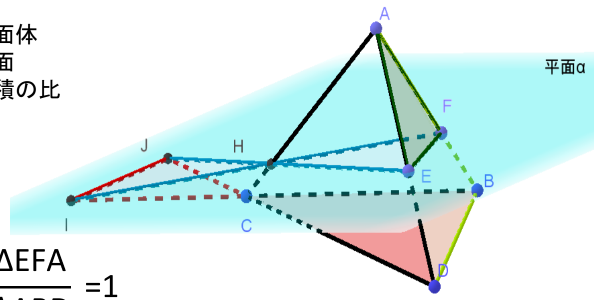
$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RD} \times \frac{DS}{SA} = 1$$



7

四面体への拡張（2）

三角形	→	四面体
直線	→	平面
長さの比	→	面積の比



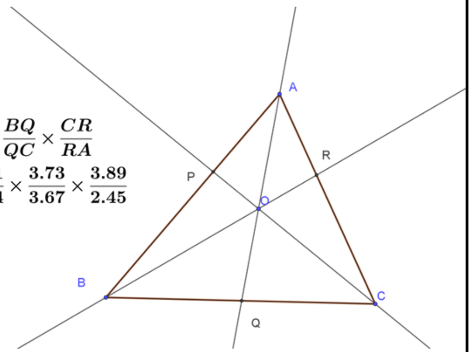
$$\frac{\Delta BDC}{\Delta CIJ} \times \frac{\Delta IJH}{\Delta HEF} \times \frac{\Delta EFA}{\Delta ABD} = 1$$

8

チェバの定理

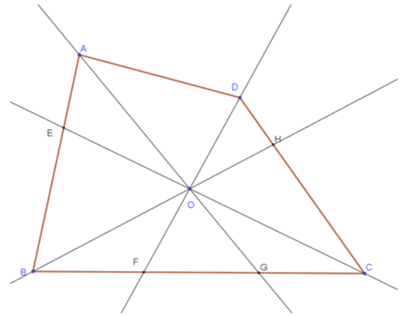
三角形 ABC の3頂点A,B,C と,
三角形の辺またはその延長
上にない点Oを結ぶ直線が,
辺BC,CA,ABまたはその延長
と交わる点をそれぞれP,Q,R
とする

$$\frac{AP}{PB}\times\frac{BQ}{QC}\times\frac{CR}{RA}$$
$$=\frac{2.81}{4.54}\times\frac{3.73}{3.67}\times\frac{3.89}{2.45}$$
$$=1$$



9

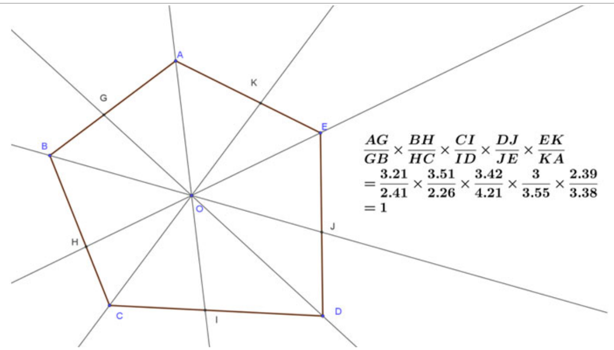
四角形の場合



対辺が確定
できない

10

五角形の場合



$$\frac{AG}{GB}\times\frac{BH}{HC}\times\frac{CI}{ID}\times\frac{DJ}{JE}\times\frac{EK}{KA}$$
$$=\frac{3.21}{2.41}\times\frac{3.51}{2.26}\times\frac{3.42}{4.21}\times\frac{3}{3.55}\times\frac{2.39}{3.38}$$
$$=1$$

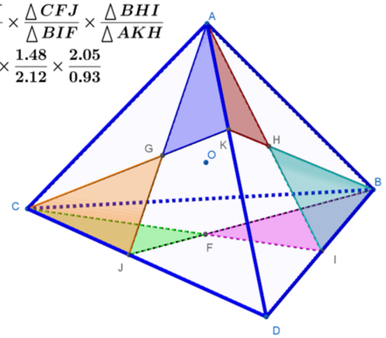
(2n+1)角形
で成り立つ

11

四面体への拡張

三角形	→	四面体
線分	→	三角形
長さの比	→	面積の比

$$\frac{\triangle AGK}{\triangle CIG}\times\frac{\triangle CFJ}{\triangle BIF}\times\frac{\triangle BHI}{\triangle AKH}$$
$$=\frac{1.15}{1.77}\times\frac{1.48}{2.12}\times\frac{2.05}{0.93}$$
$$=1$$



井口 茜さんの発見

12